



Tagung «Mathematisches Argumentieren in allen Zyklen fördern»

## Mehr als nur Rechnen können – Mathematikunterricht heute

## Vorträge

### **Mathematisches Argumentieren in allen Schulstufen**

Prof. Dr. habil. Esther Brunner, PHTG



Mathematisches Argumentieren sollen gemäss Lehrplan alle Schülerinnen und Schüler lernen. Gleichzeitig ist es anforderungsreich und zwar sowohl für die Lernenden wie für die Lehrpersonen. Was genau macht mathematisches Argumentieren für die Schülerinnen und Schüler so anspruchsvoll und wo sehen Lehrpersonen besondere Herausforderungen? Wie können Lehrpersonen in den unterschiedlichen Schulstufen mathematisches Argumentieren fördern?

Im Vortrag wird aufgezeigt, welche Grundlagen des mathematischen Argumentierens bei der Unterrichtsgestaltung berücksichtigt werden müssen und wie man die Lernenden bei

diesem anspruchsvollen Prozess unterstützen kann. Dazu werden verschiedene Beispiele aus allen Schulstufen aufgezeigt.

### **Daten und Unsicherheit: Aspekte eines praxisnahen Stochastikunterrichts.**

Prof. Dr. rer. nat. Kristina Reiss, TU München



Die Fähigkeit eines sinnvollen Umgangs mit Daten hat in unserer Gesellschaft deutlich an Bedeutung gewonnen. Dabei geht es insbesondere auch um die Einschätzung von Unsicherheiten und um die Beurteilung von damit verbundenen Chancen und Risiken. Dem Mathematikunterricht kommt hier eine zentrale Rolle zu, sind es doch insbesondere mathematische Methoden, die passende und objektiv nachvollziehbare Einschätzungen ermöglichen. Entsprechend berücksichtigen Bildungsstandards sowohl national als auch international diesen Inhaltsbereich. Genauso werden in PISA entsprechende Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler erfasst, wobei in

diesem Kontext nicht nur der Alltagsbezug thematisiert wird, sondern auch das zentrale Thema der Studie, das mathematische Argumentieren. Es gilt daher, im Unterricht Zugänge zum Thema zu entwickeln, die mathematisch angemessen sind und gutes mathematisches Arbeiten ermöglichen, aber genauso die Relevanz für den Alltag verdeutlichen. Solche Zugänge sollen im Vortrag vorgestellt und diskutiert werden.

## **Schlussstrich**

Dr. Ulrich Halbheer, PHTG



Eine Überraschung zum Schluss.

## Workshops Zyklus 1:

### Mit Zahlen spielen

Prof. Dr. habil. Esther Brunner, PHTG



Mit Zahlen spielen, sich Zahl um Zahl hochhandeln, Zahlen geschickt addieren oder mit Zahlen andere Zahlen ausmessen – das sind alles substanzielle und reichhaltige Übungsformate für den Kompetenzbereich Zahl und Variable in Zyklus 1. Ob dies bei jüngeren Kindern mit Plättchen erfolgt oder anhand von Rechnungen aus «schönen Päckchen» spielt dabei keine Rolle. Solche Aufgabenformate schaffen nicht nur willkommene Gelegenheiten zum Erforschen und Argumentieren, sondern trainieren nebenbei auch Grundfertigkeiten. Im Workshop werden verschiedene Formate vorgestellt und für den Kindergarten und die Unterstufe präzisiert und gemeinsam ausprobiert. Ziel ist es, dass die Teilnehmenden einige substanzielle Übungsformate kennen, die sie im Zyklus 1 variantenreich einsetzen und zum Argumentieren nutzen können.

### Ein Bilderbuch, ein Gesellschaftsspiel oder der Morgenkreis – reichhaltige Anlässe für mathematisches Argumentieren in Zyklus 1

Evi Fischer, PHTG



Auch bereits in Zyklus 1 kann mathematisches Argumentieren mit den Kindern sehr vielfältig und auf spielerische Art und Weise praktiziert werden. Mathematische Sachverhalte und Gesetzmässigkeiten nicht nur anzuwenden, sondern auch zu begründen, können viele junge Kinder oft schon besser, als das wir es manchmal denken. Im Workshop schauen wir uns verschiedene Lernanlässe an, in die wir das mathematische Argumentieren im Kindergarten und der 1. Klasse mit den Kindern sehr praxisnah integrieren können. Dazu dienen uns konkrete Materialien und Rituale, wie sie in der alltäglichen Praxis vorhanden sind.

## **Von der Beschreibung zur Begründung mit Kindern mit geringen Deutschkenntnissen**

Sanja Stankovic, PHTG



Das Fach Mathematik weist eine starke Verbindung zur Sprache auf. Mit Blick auf den Lehrplan 21 wird beispielhaft deutlich, dass Schülerinnen und Schüler im Mathematikunterricht Kompetenzen erwerben sollen, die es ihnen ermöglichen, ihre Lösungswege zu beschreiben, unterschiedliche Rechenwege zu diskutieren oder auch ihre Vorgehensweise zu argumentieren. Besonders für Schülerinnen und Schüler mit geringen Deutschkenntnissen kann dies eine Herausforderung darstellen. Diesbezüglich werden in diesem Workshop sprachfördernde Elemente im Mathematikunterricht diskutiert und Möglichkeiten zum Weg von der Beschreibung

zur Begründung mit Kindern mit geringen Deutschkenntnissen aufgezeigt. Das Ziel des Workshops ist bezogen auf die Bereiche Beschreibung und Begründung mögliche Herausforderungen zu erkennen und beispielhafte Förderelemente zur Umsetzung eines sprachsensiblen Mathematikunterrichts zu diskutieren.

## Workshops Zyklus 2:

### Von Fermi und Fibonacci

Jonas Lampart, PHTG



Argumentieren im Mathematikunterricht zieht sich über alle Inhaltsbereiche und erfordert von den Schülerinnen und Schülern sich einzulassen, auszuprobieren, zu beschreiben oder auch wieder zu verwerfen. Während Fermi-Aufgaben einen alltagsnahen Zugang ermöglichen, können mit Streichhölzern geometrische Folgen gelegt, erforscht und begründet werden. Auch ein systematisches Variieren bei Rechendreiecken oder Zahlenmauern bieten im Bereich Arithmetik Anlässe zum gemeinsamen Argumentieren. Im Workshop lernen wir Aufgabenformate im Zyklus 2 kennen und diskutieren deren didaktische Umsetzung.

### «Ich glaube, das Spiel ist fair»

Prof. Dr. Monika Schoy-Lutz, PHTG



Schülerinnen und Schüler treffen im Alltag auf unterschiedliche Spielsituationen. Die Wahrscheinlichkeit zu gewinnen, hängt dabei von unterschiedlichen Aspekten wie z.B. dem Zufallsgenerator, dem Spielplan oder den jeweiligen Spielregeln ab. Präkonzepte von Schülerinnen und Schülern zu diesem Bereich belegen, dass die Spielsituationen häufig nicht sofort durchschaut werden. Anhand des bekannten Bingo-Spiels experimentieren die Schülerinnen und Schüler zum Wahrscheinlichkeitsbegriff. Auf der Grundlage konkreter Erfahrungen mathematisieren sie die unterschiedlichen Gewinnwahrscheinlichkeiten und leiten daraus logisch

zwingende Konsequenzen für weitere Spielverläufe ab, die sie auch mit mathematischen Mitteln begründen können.

Im Workshop wird das exemplarische Vorgehen einer Unterrichtslektion durchgespielt und der Kompetenzaufbau hinsichtlich des Erforschens und Argumentierens diskutiert.

## **Lernumgebung «Flächeninhalt von Häuschen-Gebieten» (Jahrgangsstufen 3 und 4)**

Prof. em. Bernd Wollring, Universität Kassel



Wir betrachten niedrigschwellig angelegte Lernumgebungen zum Entwickeln und Vergleichen von Strategien, mit denen Flächeninhalte von Gebieten mit gebogenem Rand näherungsweise bestimmt werden. Zunächst ermitteln wir selbst an gegebenen Gebieten Schätzungen zu Flächeninhalten und diskutieren die dabei angenommenen Standards und Strategien. Auf der Meta-Ebene betrachten wir dann vergleichend Strategien, die Grundschulkinder und Studierende entwickelt haben: Ausschöpfen vom Grossen zum Kleinen, dezimal strukturierte Strategien und Strategien, welche flächenerhaltende Änderungen des auszumessenden Gebietes aufnehmen.

Dabei heben wir Argumente, mit denen Kinder die Korrektheit und die Zweckmäßigkeit der jeweils genutzten Verfahren vergleichen können. Abschliessend erörtern wir Design-Varianten von Aufgaben und Lernumgebungen zu diesem Thema.

## Workshops Zyklus 3:

### Argumentieren und Beweisen (im Geometrieunterricht) mit Hilfe von Geogebra

Christina Eichentopf, PHTG und KSK



Für den Kompetenzbereich «Argumentieren und Beweisen» lässt sich Geogebra insbesondere im Geometrieunterricht gut einsetzen. Immer wieder werden im Mathematikunterricht Fragen gestellt wie:

- «Ist das immer so?»
- «Was passiert, wenn ich ... verändere?»
- «Gibt es auch...?»

Um diesen Fragen nachzugehen, Hypothesen aufzustellen und daraufhin Argumentationsketten für oder gegen eine Hypothese zu erstellen, ist der Einsatz einer dynamischen Software durchaus hilfreich, da sie eine grössere Band-

breite an Entdeckungsmöglichkeiten bietet als Papier und Bleistift.

In diesem Workshop soll an einigen ausgewählten Beispielen erarbeitet werden, wie eine solche Software eingesetzt werden könnte. Er richtet sich an Lehrpersonen, die noch wenig Erfahrung mit Geogebra besitzen. Grundkenntnisse und ein eigenes Gerät sollten aber vorhanden sein.

### Mit Material zur Begründung – wie Schülerinnen und Schüler Entdeckungen machen und Begründungen finden

Daniel Weissmüller, PHTG



Im Mathematikunterricht der Sekundarstufen geht es nicht nur darum, fertige mathematische Begründungen als Endergebnis zu erwarten. Vielmehr sollte der Prozess des mathematischen Begründens selbst im Vordergrund stehen: Ein lebendiger, kreativer und dynamischer Denkprozess, in dem die Lernenden ihre eigenen Vermutungen aufstellen, diese kritisch hinterfragen, gegebenenfalls modifizieren oder verwerfen und schließlich zu einer eigenständigen mathematischen Argumentation gelangen. Dabei zeigt sich immer wieder, dass der gezielte Einsatz von Materialien der Schlüssel ist, um die Schülerinnen und Schüler zu befähigen, aktiv in

diesen Begründungsprozess einzutauchen. In diesem Workshop entdecken wir praxisnahe Beispiele und vielfältige Materialien, die sich aufspannende Weise in den Unterricht integrieren lassen – und die es den Lernenden ermöglichen, mathematische Fragestellungen auf tiefgründige Weise zu erforschen.

## **Auf dem Weg zur Gewissheit: von Ideen zum Beweisen**

Bettina Lenzner, PHTG und Sekundarschule Frauenfeld

Guido Lerch, PHTG



Im Mathematikunterricht lernen Schülerinnen und Schüler, Daten zu ordnen, Annahmen zu treffen, Lösungswege zu suchen und darzustellen. Durch Kompetenzen wie Argumentieren und Begründen werden den Berechnungen und Darstellungen im mündlichen Diskurs oder in schriftlicher Form zusätzlich Bedeutung verliehen. Mit wenig Aufwand kann Argumentieren und Begründen anhand von Aufgaben aus dem Lehrmittel in den Unterricht integriert werden. Dadurch bietet sich die Möglichkeit, auch weitere Bereiche und Produkte in die Leistungsbeurteilung einzubeziehen.

Im Workshop werden Aufgaben aus dem Lehrmittel so erweitert, dass Argumentieren und Begründen ohne viele Zusatzmaterialien oder Zusatzaufwand in jeden Mathematikunterricht Einzug finden kann. Beispiele aus der Praxis zeigen, wie solche Anlässe auch in die Leistungsbeurteilung einfließen können.